

SİGORTA SEKTÖRÜNDE DEĞERLEME YAKLAŞIMI: NET PRİM DEĞERLEME YÖNTEMİ VE SERMAYELEŞME DÜZEYİ

Mehmet Kenan TERZİOĞLU*

ÖZET

Günümüzde sigorta ürünleri sadece korunma aracı olarak değil aynı zamanda önemli bir yatırım aracı olarak ortaya çıkmaktadır. Bu makale kar paylı hayat sigortalarının net prim değerlendirme yöntemine göre değerlendirmesini anlatmaktadır. Kar paylı hayat sigortalarında değerlendirme yapılırken finansal ve demografik değişimlerden poliçe sahiplerinin olumsuz etkilenmemesi için primlere güvenlik yüklemeleri yapılmaktadır. Değerleme sürecinde sermayeleşmeden kaçınılması büyük öneme sahip olduğu için kar paylı hayat sigortaları değerlendirilirken uygulanacak değerlendirme yönteminin seçiminin büyük bir öneme sahip olduğu gözlemlenmiştir. Bu makalede, net prim değerlendirme yönteminde gelecekte ödenecek primlerin ödenmiş gibi işleme katılarak hesaplamaların yapıldığı ve buna bağlı olarak yanlış sermayeleşmeden kaçınılmadığı gösterilmektedir. Bununla birlikte, poliçe sahibinin ödemeyi vade sonu gelmeden durdurması durumunda sigorta şirketinin bir değerlendirme kaybı ile karşılaştığı gözlemlenmektedir.

Anahtar Kelimeler: Güvenlik kriteri, Kar paylı hayat sigortası, Kar, Thiele diferansiyel denklemi, Teknik taban.

VALUATION APPROACH IN TURKISH INSURANCE SECTOR: NET PREMIUM VALUATION METHOD AND LEVEL OF CAPITALIZATION

ABSTRACT

In today's world, insurance products emerge not only as a means of protection but also as an important investment tool. This paper describes the valuation of participating life insurance contracts by net premium method. When valuing of participating life insurance policy, premiums are loaded with safety margins to provide policy holders from the effects of the impact of the financial and demographic changes. Due to the importance of avoidance of capitalization in valuation process, it has been observed that determination of the valuation method to be used has a great importance in valuing participating life insurance. This paper shows that net premium

* Trakya Üniversitesi Balkan Yerleşkesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Ekonometri Bölümü, Merkez/EDİRNE E-posta: kenanterzioglu@trakya.edu.tr

valuation method cannot avoid capitalization. Moreover, it is observed that insurance companies face with valuation losses by using net premium valuation method when policy holders stop the premium payments before the term of the policy.

Key Words: *Safe-side requirement, Participating Life insurance, Surplus, Thiele's differential equation, Technical base.*

1. GİRİŞ

Sigorta şirketlerinin temel amacı poliçe sahiplerinin yatırımlarını değişen piyasa koşullarını göz önünde bulundurarak risk yönetimi kapsamında kontrol altına almak ve getirilerini arttırmaktır. Sigorta şirketleri güncel ekonomik koşullardan ortaya çıkan riskleri ortadan kaldırmak için topladıkları primleri farklı yatırım araçlarına yönlendirmektedirler. Değişen ekonomik koşullardan etkilenen en önemli unsurların başında getiriyi sağlayan faiz, poliçe sahibi tarafından ödenen prim ve sigorta şirketi tarafından ödenecek olan tazminatlar gelmektedir. Sigorta yükümlülüklerinin değerlendirilmesi yapılırken dikkat edilmesi gereken risklerin başında aktüeryal riskler, piyasa riskleri ve piyasa dışı sistematik riskler gelmektedir. Sigorta şirketleri maruz kalınan aktüeryal riskleri, risk havuzları oluşturarak veya çeşitlendirerek azaltmakta ve yönetmektedirler. Aynı belirsizliğe sahip menkul değerler için aktif bir piyasanın bulunmasından dolayı piyasa risklerindeki, risk limitleri ölçülebilmekte ve fiyatlanabilmekte ve risk limitleri hazine araçları, kendi türev ürünleri ve vadeli kur sözleşmeleri kullanılarak yönetilmektedir. Pazar dışı sistematik riskler için koruma amaçlı işlemler yapılamamaktadır (Babbel ve Merrill, 1998).

Bu makalede, yatırım amacına en uygun olan, sigortalının poliçe süresi içinde ölümü ve sigortalının yaşaması koşuluna bağlı olarak poliçe süresi sonunda belli bir toplam tazminat ödemesinin yapılacağı, karma hayat sigortası poliçeleri, kar paylı veya endeksli olarak da düzenlenebildikleri için, kar paylı hayat sigortaları incelenmiştir. Kar paylı hayat sigortalarında primler güvenlik sınırında sabitlenmektedir. Hoem (1988) tarafından güvenlik sınırı kriteri rezerve göre incelenmiştir. Olivieri (1999) güvenlik sınırı kriterini yıllık beklenen karın birleşeni ve rezerve bağlı olarak incelemiştir. Kar paylı hayat sigortalarında primlere önemli düzeyde kar da yüklenmektedir. Ramlau-Hansen (1988) tarafından sigorta süresi boyunca karın oluşumu ve birikimi incelenmiştir. Bu kapsamda, elde edilen karların bonus olarak adil bir şekilde poliçe sahiplerine dönmesi beklenmektedir. Birinci seviye teknik tabanı kullanılarak, temel tazminatı karşılamak için sigortalılardan alınacak sabit prim aktüeryal denklik ilkesine göre belirlenmektedir. Makalede aktüeryal teori kapsamında Thiele diferansiyel denklemi ve kar paylı hayat sigortalarının yapısı hakkında bilgi

verilmekte ve kar paylı hayat sigortalarında birinci ve ikinci seviye teknik tabanlarına göre net tek prim değerlendirme yöntemi incelenmektedir.

2. AKTÜERYAL TEORİ

Sigortacılıkta denklik ilkesi; gelecekte ödenecek primlerin ve tazminatların beklenen bugünkü değerlerinin eşit olması kuralına dayanmaktadır. Hesaplamalar bireysel tabanda yapıldığı için denklik ilkesi her bir bireysel poliçede, sigorta sözleşmesi ile belirlenen tazminat için alınması gereken risk priminin belirlenmesinde kullanılmaktadır. Prim oranları, prim ödeme planına bağlı olarak hesaplanmaktadır. En basit şekilde, tüm primler sözleşmenin başında tek bir miktar olarak ödenmektedir. Bu şekilde ödenen “net tek prim”, tazminatların beklenen bugünkü değerini göstermektedir. Primler genellikle zamanın belli bir periyoduna yayılmış taksitler şeklinde ödenmektedir. Bundan dolayı primler, sözleşmenin başlangıcından sigortalının yaşamasına bağlı olarak belirlenmiş bir n zamanına kadar periyodik olarak (yıllık veya aylık olarak) ödenen sabitlenmiş değişmeyen miktarlar şeklinde belirlenmektedir (Norberg, 2002).

Primler sürekli olarak ve değişmeyen π miktarında ödendiğinden, sigortalı tarafından sigortacıya ödenen m yıllık dönemsel hayat anüitesi oluşturmaktadırlar. Eğer net tek prim kullanılmazsa, prim gelirleri sigortalının yaşam süresine de bağlı olduğundan, prim ödemeleri de sigortacının bir çeşit belirsizliği haline gelmektedir. Bu nedenle, sigorta poliçesi ile ilgili olan hasar tutarı; tazminatların bugünkü değerinden primlerin bugünkü değerinin çıkarılmasıyla bulunmaktadır (Terzioğlu, 2009).

Gelecek konusundaki belirsizlik, ekonomik koşullardaki farklılaşma ve insanların davranış ve fayda anlayışlarının zamana bağlı olarak değişmesi uzun vadeli yatırımlarda risk unsurlarını arttırmaktadır. Bu nedenle yatırım kuruluşları ortaya çıkması muhtemel durumların yaratacağı riskleri göz önüne alarak, bu risklerden sakınmak için belli miktarlarda matematiksel karşılık ayırmaktadırlar.

Bu matematiksel karşılıklar rezerv olarak adlandırılmaktadır. Rezerv hesaplamalarında, geriye doğru ve ileriye doğru yöntem olmak üzere iki farklı yöntem kullanılmaktadır. Sigorta mevzuatı, herhangi bir zamanda sigorta şirketinin sözleşmedeki gelecek yükümlülüklerini sağlamak zorunda olması temeline dayanmaktadır. Net prim rezervi, tam olarak t zamanındaki, gelecek toplam tazminatların bugünkü değerinin gelecek toplam primlerin bugünkü değerinden farkı olarak ifade edilmektedir (Norberg, 2002). Sigorta yürürlüğe girdiği anda, gelecek primlerin beklenen bugünkü değeri ile ödenecek tazminatların bugünkü değeri arasındaki fark sıfır olduğundan sigortacının beklenen kaybı sıfır olmaktadır. Sigortanın ilerleyen

dönemlerinde yapılacak tazminat ödemeleri ile gelecek primler arasındaki bu eşitlik bozulmaktadır. Sigortanın herhangi bir t zamanındaki gelecek prim ödemeleri ile gelecek tazminatların bugünkü değeri arasındaki fark beklenen kayıp olarak ifade edilmektedir (Gerber,1997).Police t zamanında hala yürürlükte ise bulundurulması gereken rezerv;

$$V_t = \int_t^n e^{-\int_t^\tau \delta(t)dt} {}_{\tau-t}p_{x+t} (\mu_{x+\tau} b_\tau - \pi_\tau) d\tau + b_n e^{-\int_t^n \delta(t)dt} {}_{n-t}p_{x+t} \quad (2.1)$$

eşitliği ile yazılır. Bu miktar belirlenirken t zamanından sonraki ödemeler ile ilgilenildiğinden ileriye dönük rezerv olarak adlandırılmaktadır. Denklik ilkesi altında, “net prim rezervi” olarak da adlandırılmaktadır.

$${}_{\tau-t}p_{x+t} = e^{-\int_t^\tau \mu_{x+s} ds}$$

ifadesi eşitlik (2.1)'de yerine yerleştirildiğinde eşitlik

$$V_t = \int_t^n e^{-\int_t^\tau (\delta(s)+\mu_{x+s}) ds} (\mu_{x+\tau} b_\tau - \pi_\tau) d\tau + b_n e^{-\int_t^n (\delta(s)+\mu_{x+s}) ds} \quad (2.2)$$

biçiminde elde edilmektedir. Eşitlik 2.2 kullanılarak ileriye doğru net prim rezervi için,

$$V_t = e^{\int_0^t (\delta(s)+\mu_{x+s}) ds} \pi_0 + \int_0^t e^{-\int_t^\tau (\delta(s)+\mu_{x+s}) ds} (\pi_\tau - \mu_{x+\tau} b_\tau) d\tau \quad (2.3)$$

eşitliğine ulaşılmaktadır. Faiz oranının sabit olduğu ve primlerin denklik ilkesine dayandığı varsayımı altında, $V_0 = \pi_0$ olmaktadır. n yıllık karma hayat sigortası için sigorta süresi boyunca primler π oranında düzenli ve sürekli olarak ödeniyorsa; π düzenli net prim ödemesi altında rezerv,

$$V_t = \bar{A}_{x+t:n-t} - \pi \bar{a}_{x+t:n-t} \quad (2.5)$$

olarak hesaplanmaktadır. Net rezerv negatif olmayan bir fonksiyon olarak gösterilmektedir. Uygulamalarda her zaman; $V_t \geq 0 \quad t \geq 0$ eşitsizliğine ihtiyaç duyulmaktadır (Norberg, 2002).

3. THIELE DİFERANSİYEL DENKLEMİ

Thiele diferansiyel denklemi sayesinde teknik tabandaki değişmelerden kaynaklanan matematiksel rezervlerin t zamanındaki her birim zamandaki değişiminin etkileri gösterilmektedir. Aynı zamanda teknik taban elemanlarının bazılarında meydana gelen kayıpların, diğer elemanlarından elde edilen kazançlarla nasıl dengelendiği Thiele diferansiyel denklemi ile görülebilmektedir. t zamanında bulunan poliçe için ayrılmış rezerv (2.1) eşitliğindeki tanıma göre

$$V(t) = \int_t^n v(s, u)p(s, u)\mu(u)\alpha(u)du + v(t, n)p(t, n)\beta(n) - \int_t^n \pi v(s, u)p(s, u) \quad (3.1)$$

şeklinde yazılır. $\alpha(u)$, π ve μ 'nun sürekli olduğu her t zamanında (3.1) eşitliğinin t'ye göre diferansiyeli alındığında

$$\frac{d}{dt}V_t = \delta(t)V_t + \pi_t - \mu(t)[\alpha(t) - V_t] \quad (3.2)$$

$\alpha(t)$; t zamanındaki ödenecek tazminat miktarını ve π_t ; t zamanındaki prim miktarını gösteren bir fonksiyon olmak üzere, Thiele diferansiyel denkleminin sağ tarafındaki ifade, yaşayan her bir poliçe sahibine ait fonun her birim zamandaki değişimini göstermektedir. Bu artış oranı, t zamanında π_t eklenmiş prim gelirinden, kazanılan $\delta(t)V_t$ faizinden ve ölenlerin fonda yaşayanlara ödemek üzere bıraktıkları $\mu(t)V_t$ miktarı, fonlarının portföyde yaşayanlara kalmasından kaynaklanmaktadır. Eşitlik (3.2)'de bulunan $[\alpha(t) - V_t]$ ifadesi her birim zamandaki diğer bir duruma geçişte oluşacak risk altındaki net miktarı gösterirken $\mu(t)[\alpha(t) - V_t]$ ifadesi başka bir duruma geçişte meydana gelecek risk maliyetini göstermektedir (Linnemann,1993).

4. KAR PAYLI HAYAT SİGORTASI

Sigortalının, sigortacının karına katılma hakkı sağladığı hayat sigortası poliçeleridir. Sigorta süresi sonunda ödenen tazminat veya sigortalının ölümünde lehtarlara ödenen tazminat miktarının içinde, ödenmiş olan primlerin uygun yatırım araçlarında değerlendirilmesiyle elde edilmiş karlar da bulunmaktadır. Sigorta poliçeleri, uzun süreli sözleşmeler olduğundan faiz oranlarındaki değişimlerden önemli ölçüde etkilenmektedir (Terzioğlu, 2009). Bu tür poliçelerde, vade sonunda elde edilecek tazminat miktarının o günün ekonomik koşulları göz önüne alınarak alım gücünü

kaybetmemesi sağlanmaktadır. Aynı zamanda kar paylı işlemler, şirketin büyümesi için sermaye kaynağı oluşturduğu ve bağlı ortaklıkların kurulmasına olanak sağladığı için sigorta şirketleri için çekici bir ürün olmaktadır.

Kar paylı hayat sigortalarının özünde, poliçe sahiplerinin yatırım fonlarına katıldığı varsayılmaktadır. Poliçe sahiplerinin ödedikleri primden masraflar, sigorta türüne göre vade sonunda elde edeceği tazminat miktarları ve aldığı opsiyonlar karşılandıktan sonra kalan miktar yatırım fonunda değerlendirilmektedir. Poliçe sahibinin son durumda ulaşacağı miktar poliçesine yüklenebilen fondaki varlığın değerini yansıtmaktadır. Kar paylı işlemlerde, poliçe sahibinin yatırım fonundan hisse satın aldığı fiyat ve poliçe tazminatının ödemesi geldiğinde hisse payına göre düzenlenmiş değer ve elde edilecek bonuslar prim tabanına bağlı olmaktadır.

Kar paylı hayat sigortalarında, her bir poliçe garanti edilmiş bir tazminata sahip olmaktadır. Son durumda elde edilen gelir bu miktarın altına düşmemektedir. Yüklenmiş primlerden oluşan fonun yatırıma yönlendirilmesi ile elde edilen getiri bonus sistemi olarak poliçe sahiplerine dağıtılmaktadır. Yatırımdan elde edilmiş getirinin bir kısmı koşullu bonuslar şeklinde düzenli olarak veya sonuç bonuslar olarak vade sonunda dağıtılmaktadır. Böylece sözleşmenin geçerli olduğu süre boyunca son tazminatın minimum değeri artmaktadır (Ranson ve Headdon,1989). Kar paylı hayat sigortası poliçeleri, minimum faiz oranı garantisi, garanti edilmiş aylık veya yıllık kar katılımı, ayrılma opsiyonu, ödenmiş opsiyonu,vb. gibi birçok garanti ve haklar içermektedir. Bu opsiyonlar yetersiz bir risk yönetimi kapsamında, sözleşmelerin yürürlüğe girmesiyle sigorta şirketlerini önemli risklerle karşı karşıya getirdiklerinden çok önemlidirler. Kar paylı hayat sigorta poliçelerinde birçok gömülü opsiyon bulunmaktadır. Tablo.1’de gömülü opsiyonların garantiler ve haklar olarak iki kısma ayrılacağı gösterilmektedir. Bir çok ülkede, garanti ve haklar, poliçe sahiplerini korumak ve sunulan ürünler arasında fark olmamasını sağlamak için kanun tarafından belirlenmektedir.

Tablo 1: Kar paylı hayat sigortası poliçelerinde gömülü bulunan garantiler ve haklar

Gömülü Opsiyonlar		
Garantiler	Haklar	
Minimum Faiz Oranı Garantisi	Ödenmiş Opsiyon	Anüite Opsiyon
Yıllık Kara Katılım	Dinamik Prim Ayarlama	Garantisi
Sonuç Kara Katılım	Geri Ödeme Opsiyonu	Ayrılma Opsiyon

Sigorta şirketleri, her ne koşul altında olursa olsun hükümet tarafından belirlenmiş minimum faiz oranı garantisi ile yıllık prim ödemelerini birleştirmekle yükümlüdürler. Poliçe sahipleri, kar paylı hayat

sigortası sisteminde sigortacının yatırım yaptığı portföyden ortaya çıkan kara katılmaktadırlar. Bu durumda, poliçe rezervi yatırım karının bir kısmı ile veya garanti edilmiş faizin maksimum değeri ile birleştirilmektedir. Bu poliçelerdeki katılım poliçenin tipine göre değişim göstermektedir. Poliçe sahipleri sözleşme oluştururken bazı haklara da sahip olmaktadır. Prim ödemeleri ile ilgili olarak, poliçe sahibi sözleşme süresi boyunca prim ödemelerini durdurma hakkına sahiptir, bu ödenmiş opsiyon olarak bilinmektedir. Bu durumda sözleşme sona ermemekte sadece azalan tazminatla devam etmektedir. Bazı sözleşmeler ise daha sonra yeniden prim ödemelerine başlanarak, daha önce azalan tazminatı yükseltme olanağı sunmaktadır. Bu hakların yanı sıra poliçe sahibi sabit bir oranda yıldan yıla artan dinamik prim ayarlanma hakkını elde edebilmektedir. Ödenmiş opsiyonunun tersi olarak ayrılma opsiyonu sözleşmeyi sona erdirmektedir. Bu durumda poliçe sahibine ödenen miktar o andaki rezerv miktarını ve iptal masrafını içermektedir. Kar paylı hayat sigortaları garanti edilmiş anüite opsiyonuna da sahiptir. Bu tür bir opsiyon, poliçe sahibinin birikmiş rezervini vade sonunda sabit bir orandan hayat anüitesine çevirme hakkı vermektedir (Gatzert ve Schmeiser, 2006).

4.1. Birinci_seviye Teknik Taban ve İkinci_seviye Teknik Taban

Değişen ekonomik koşullardan sigortalının ödediği primlerin, tazminatların ve sigorta süresi boyunca oluşturulan rezervlerin etkilenmemesi veya en az düzeyde etkilenmesi için, prim seviyelerinin belirlenmesinde ve rezervlerinin hesaplanmasında, piyasa koşulları göz önüne alındığında en kötü senaryoyu temsil eden $\delta(t)$ faiz oranı ve $\mu(t)$ ölümlülük oranı kullanılarak gerekenden daha yüksek bir prim ödemesi ve rezerv miktarı ortaya çıkaran birinci_seviye teknik tabanı kullanılmaktadır. Primler, en kötü durumu temsil eden faiz ve ölümlülük oranları kullanılarak aktüeryal denklik ilkesine göre hesaplanmaktadır. İhtiyatlı birinci seviye teknik tabanı varsayımına dayanan t zamanındaki rezerv bireysel rezerv, t zamanındaki birinci_seviye teknik taban rezervi olarak adlandırılmakta ve V_t olarak gösterilmektedir. Birinci_seviye teknik tabanında primler hesaplanırken piyasa koşulları altında faiz ve ölümlülük oranları en kötü durumlar göz önüne alınarak belirlenirken; ikinci_seviye teknik tabanında güncel durumda mevcut bulunan $\tilde{\delta}(t)$ faiz oranları ve $\tilde{\mu}(t)$ ölümlülük oranları göz önüne alınarak primler hesaplanmaktadır (Moller ve Steffensen, 2007).

4.2. Kar

Kar paylı hayat sigortası poliçeleri, meydana gelecek olumsuz durumlardan veya model sapmalarından korunmayı sağlamak için değerlendirme elemanlarının içinde güvenlik marjlarının bulunduğu poliçelerdir. Faiz oranı

piyasa oranının altında sabitlenmekte iken hayat sigortası yükümlülüklerinin değerlendirilmesinde kullanılan ölümlülük oranlarına güvenlik marjları yüklenmektedir. Güvenlik marjlarının değerlendirilmesinde elemanlarına ilave edilmesi ile poliçe süresi boyunca tüm zamanlarda ortalama olarak bir karın ortaya çıkması beklenmektedir (Ramlau ve Hansen,1988). Birinci_seviye teknik tabanında kullanılan ihtiyatlı faiz oranı ve ölümlülük oranları rezerv sağlama amacıyla kullanılırken gerçek duruma göre belirlenmiş ikinci_seviye teknik tabanı yaklaşımı, kar dağıtımını sağlamak için kullanılmaktadır. Kazanılan kar bonus olarak portföyde bulunan ve kara katkıda bulunan poliçe sahiplerine dağıtılmak zorundadır.

Bu dağıtım adil, poliçe tarafından üretilen karın aktüeryal bugünkü değeri aynı poliçe tarafından ödenen bonusların aktüeryal bugünkü değerine eşit, olmalıdır. Kar poliçe sahiplerine farklı şekillerde dağıtılmaktadır. Birinci yöntem ile kar dağıtımı, kar oluşurken nakit ödeme veya prim azalımı yapılmakta veya nakit bonusların birikimli değeri poliçe sona erdiğinde veya hasar oluştuğunda ödenmektedir. Bu yöntemle, poliçeye ayrı bir tasarruf hesabı eklenmekte ve kar oluştuğunda hesaba geçirilmektedir. Diğer bir yöntemle, sözleşmenin sonuna kadar kar ödemesi ertelenmekte ve sadece poliçenin yürürlüğü sona erdiği zaman sonuç bonuslar şeklinde kar dağıtımı yapılmaktadır (Ramlau ve Hansen, 1991).

Sigorta sektöründe negatif bonuslar uygulama kapsamında bulunmamaktadır. İkinci_seviye teknik tabanda gerçekleşen faizler birinci_seviye teknik taban faiz oranının altına düşerse sigorta şirketi kayıpla karşılaşmaktadır. Bu nedenle nakit bonuslar en riskli bonus dağılımı olurken, sonuç bonuslar en az riskli bonus dağılımları olmaktadır (Norberg, 2002).

4.3. Güvenlik Kriteri

Güvenlik sınırı kriteri primlerin hesaplanmasını sağlayan birinci_seviye teknik tabanına dayanmaktadır. Bu kriter; birinci_seviye teknik taban ve daha gerçekçi bir yaklaşım sağlayan ikinci_seviye teknik tabanı tarafından belirlenen miktarlar ile ifade edilmektedir. Hayat sigortaları matematiğinde değerlendirilmesinde primlerin ve tazminatların bugünkü değerlerinin ilk momentleri göz önüne alınmaktadır. Bununla beraber; finansal ve demografik değişkenlere beklenenden daha kötü değerler atanarak primler ve rezervlere güvenlik yüklemeleri yapılmaktadır. Bu güvenlik yüklemeleri kötü durumun oluşmaması durumunda sigortacının beklenen karını da göstermektedir. Thiele diferansiyel denklemi kullanılarak dt küçük zaman aralığında meydana gelecek değişim

$$\frac{d}{dt}V(t) = [\delta(t)V(t) + \pi(t)] - \mu_{ij}(t)[\alpha(t) - V(t)]$$

(4.2)

biçiminde gösterilmektedir. Eşitlik (4.2)'de i durumundan j durumuna geçişin gerçekleşmesi sonucunda sigortacı tarafından yapılacak ödeme $[\alpha(t) - V(t)]$ olarak gösterilmekte ve risk altındaki net miktar olarak adlandırılmaktadır. Primlerin hesaplanması ve rezervlerin değerlendirilmesinde bazı finansal ve demografik değişkenlere gerek duyulmaktadır. Kar elde etmek için; bu değişkenlerin seviyeleri gerçekte beklenenden daha kötü durumlardan seçilmektedir. Primlerin hesaplanması ve rezervlerin değerlendirilmesi için birinci_seviye teknik tabanı kullanılmaktadır. Birinci_seviye teknik tabanı anlık faiz oranı $\delta(t)$, geçiş yoğunluğu $\mu_{ij}(t)$ ve geçiş olasılığı $P_{ij}(t)$ 'den oluşmaktadır. (4.2) eşitliği denklik ilkesi altında

$$[\delta(t)V(t)dt + \pi(t)dt] - \mu_{ij}(t)[\alpha(t) - V(t)]dt = 0 \quad (4.3)$$

şeklinde yazılabilmektedir. (4.3) eşitliğinde bulunan ilk parantez, $[t, t + dt]$ aralığında nakit girişlerinin beklenen değeri olarak gösterilirken, ikinci parantez aynı zaman dilimindeki nakit çıkışlarının beklenen değerini göstermektedir. Böylece, yukarıdaki denklem nakit girişi ve çıkışı arasındaki anlık dengeyi göstermektedir. Bu dengeye nakit giriş ve çıkışlarının beklenen değerinin birinci_seviye teknik tabanına göre hesaplanmasıyla ulaşılmaktadır.

Finansal ve demografik değişkenlerin gerçek değerleri ise ikinci_seviye teknik tabanına göre belirlenmektedir. Bu durumda anlık faiz oranının sabit olduğu kabul edilmektedir. İkinci_seviye teknik tabanı anlık faiz oranı $\tilde{\delta}(t)$, geçiş yoğunluğu $\tilde{\mu}_{ij}(t)$ ve geçiş olasılığı $\tilde{P}_{ij}(t)$ 'den meydana gelmektedir. Gerçek değerler kullanılarak anlık nakit giriş ve çıkışı ise

$$\tilde{\delta}(t)V(t)dt + \pi(t)dt - \tilde{\mu}_{ij}(t)[\alpha(t) - V(t)]dt = \tilde{\gamma}(t)dt \quad (4.4)$$

eşitliği ile ifade edilmektedir. ($\tilde{\gamma}(t) \geq 0$) olmak üzere, t zamanında i durumundaki anlık kar $\tilde{\gamma}(t)$ ile gösterilmektedir. (4.3) ve (4.4) eşitlikleri birbirlerinden çıkarılarak,

$$\tilde{\gamma}(t)dt = (\tilde{\delta}(t) - \delta(t))V(t)dt + (\mu_{ij}(t) - \tilde{\mu}_{ij}(t))[\alpha(t) - V(t)]dt \quad (4.5)$$

anlık kar bileşeni belirlenmektedir. (4.5) eşitliğinde anlık karın bileşenleri, $(\tilde{\delta}(t) - \delta(t))V(t)dt$ miktarı, rezervin yatırımından kaynaklanan faiz marjı, $(\mu_{ij}(t) - \tilde{\mu}_{ij}(t))[\alpha(t) - V(t)]dt$ miktarı, i durumundan j durumuna geçişe

bağlı olarak, $j \neq i$ koşuluna bağlı olarak, demografik marjı şeklinde ifade edilmektedir. Anlık karın $\tilde{\gamma}(t)$; faiz ve demografik bileşenleri negatif değilse, birinci_seviye teknik tabanı $(\delta(t), \mu_{ij}(t))$; ikinci_seviye teknik tabanının $(\tilde{\delta}(t), \tilde{\mu}_{ij}(t))$ güvenlik sınırında bulunmaktadır. Anlık kar bileşenleri,

$$(\tilde{\delta}(t) - \delta(t))V(t)dt \geq 0 \quad \forall t, \forall i \quad (4.6)$$

$$(\mu_{ij}(t) - \tilde{\mu}_{ij}(t))(\alpha(t) - V(t)) \geq 0 \quad \forall t, \forall i, j: j \neq i \quad (4.7)$$

(4.6) ve (4.7) eşitsizliklerindeki gibi iki parçaya ayrıldığında, herhangi bir sigorta poliçesi için $V(t) \geq 0$ olmasından dolayı, faiz bileşeni eşitsizliği, $\delta(t) \leq \tilde{\delta}(t)$ koşulu altında, demografik bileşenlerin eşitsizliği ise,

$$\mu_{ij}(t) \geq \tilde{\mu}_{ij}(t) \quad \alpha(t) - V(t) \geq 0 \quad \forall t, \forall i, j: j \neq i$$

$$\mu_{ij}(t) \leq \tilde{\mu}_{ij}(t) \quad \alpha(t) - V(t) \leq 0 \quad \forall t, \forall i, j: j \neq i \quad (4.9)$$

koşulları altında sağlanmaktadır. Anlık karın bileşenlerine göre tanımlama yapıldığında (4.7) eşitliğinde verilen eşitlik sadece ve sadece eşitlik (4.9) ile verilen eşitsizliklerin sağlanması durumunda geçerli olmaktadır. Bu sorunun ortadan kaldırılması için tanımlama anlık beklenen karın bileşenleri yerine anlık kardan yola çıkılarak yapıldığında demografi ve faiz marjı bireysel olarak incelenmemekte ve bu iki marj arasında bir denklik kurulmaktadır. Bu durumda, birinci_seviye teknik tabanı, ikinci_seviye teknik tabanının $\tilde{\gamma}(t) \geq 0 \quad \forall t, \forall i$

koşulu altında güvenlik sınırında olmaktadır. (Olivieri,1999).

5. NET TEK PRİM DEĞERLEME YÖNTEMİ

Değerleme yapılırken gelecekte ortaya çıkacak tüm olası kayıpların tahmin edilmesi ve rezerv ayrılması ayrıca oluşacak negatif karı karşılamak için sermayeye ihtiyaç duyulmaktadır. Bu gereksinim genel kabul edilmiş aktüeryal ilke olarak (GAAP) adlandırılmaktadır (Linneman, 2002). Kar paylı hayat sigortaları için primler yatırılan varlığın beklenen getirisinden daha az bir teknik faiz oranı ve prim fiyatlarını şişiren teknik ölüm oranı

kullanılarak belirlenmekte ve bonus yüklemeleri primlerin içinde yer almaktadır.

Kar paylı hayat sigortalarının değerlemesi için farklı değerlendirme yöntemleri kullanılmaktadır. Değerleme yapılırken, gelecekte meydana gelmesi beklenen yüklemelerin daha önceki bir zamanda ortaya çıkmasından ve sermayeleştirilmesinden kaçınan ve sadece yüklemeler gerçekleştiği zaman ortaya çıkmasına izin veren yöntemler kullanılmaktadır. Net prim yönteminde değerlendirme işlemi yapılacak gelecek prim, ikinci seviye teknik tabanına göre hesaplanacak net prim olmaktadır. Sigorta tazminatı ve net primler ileriye doğru ikinci seviye teknik tabanı kullanılarak değerlendirilmektedir. Net prim değerlendirme ilkesi kullanılarak, primler “karsız net prim” ve “bonus yüklemesi” olarak iki seviyeye ayrılmaktadır. Birinci seviye teknik tabanı kullanılarak, denklik ilkesine göre, birinci seviye net primi ve ikinci seviye teknik tabanı kullanılarak ikinci seviye net primi belirlenmektedir. Bu durumda, net prim “karsız net prim” ve “bonus yüklemesi” olarak iki kısma ayrılmaktadır.

5.1. İkinci seviye Rezerv

Temel tazminatın ve temel net primin ikinci seviye rezervi, $\tilde{V}(n) = V(n)$ sınır koşulu ile

$$\tilde{V}(t) = S\tilde{k}(t) - \pi\tilde{a}(t) \quad (5.1)$$

olarak verilmektedir. Thieles diferansiyel denklemi kullanılarak

$$\frac{d}{dt}\tilde{V}(t) = \tilde{\delta}(t)\tilde{V}(t) + \pi - \tilde{\mu}(t)[\alpha(t)S - \tilde{V}(t)] \quad (5.2)$$

eşitliğine ulaşılmaktadır. Birinci seviye teknik tabanındaki ileriye doğru rezervin t 'ye göre diferansiyeli alındığında ve $\delta(t)$ ve $\mu(t)$, $\tilde{\delta}(t)$ ve $\tilde{\mu}(t)$ ile değiştirildiğinde $\tilde{g}(t)$;

$$\frac{d}{dt}V(t) + \tilde{g}(t) = \tilde{\delta}(t)V(t) + \pi - \tilde{\mu}(t)[\alpha(t)S - V(t)] \quad (5.3)$$

şeklinde beklenen karı gösteren ek bir terim elde edilmektedir. Birinci seviye net prim rezervinin elde bulundurulması, t zamanındaki her birim zaman için $\tilde{g}(t)$ beklenen kar miktarını ortaya çıkarmaktadır. Gelecekte oluşacak değerlendirme sapmalarından sakınmak için $\tilde{g}(t) \geq 0$ olması gerekmektedir. $\Delta\tilde{\delta}(t) = \tilde{\delta}(t) - \delta(t)$ ve $\Delta\tilde{\mu}(t) = \tilde{\mu}(t) - \mu(t)$ olarak gösterildiğinde beklenen kar;

$$\tilde{g}(t) = \Delta\tilde{\delta}(t)V(t) - \Delta\tilde{\mu}(t)[\alpha(t)S - V(t)] \quad (5.4)$$

şeklinde bulunmaktadır. (5.4) eşitliğinde kazanılan faiz ve risk karındaki fazlalığın toplamının $\tilde{g}(t)$ olduğu görülmektedir. $\tilde{B}_p(t)$, $V(t)$ ve $\tilde{V}(t)$ arasındaki fark olarak alındığında,

$$\tilde{B}_p(t) = V(t) - \tilde{V}(t) = \int_t^n \tilde{E}(t, u) \tilde{g}(u) du \quad (5.5)$$

olarak hesaplanmaktadır. (5.5) eşitliğinde beklenen gelecek kar, ikinci_seviye teknik tabanına göre sermayeleştirilmektedir. Birinci_seviye teknik tabanındaki ileriye doğru net prim rezervi, ikinci_seviye teknik tabanı kullanılarak sabit net prim ve tazminatların değerlendirilmesiyle ilişkili olan gelecek bonus yüklemelerinin sermayeleştirilmesini içermektedir.

5.2. İkinci_seviye Net Prim Rezervi

İkinci_seviye teknik tabanı kullanılarak, denklik ilkesine göre poliçe için $\tilde{\pi}$ sabit ikinci seviye net primi

$$\tilde{\pi}\tilde{a}(0) = S\tilde{k}(0) \quad (5.6)$$

olarak belirlenmektedir. t zamanındaki her birim zaman için ödenen $\tilde{\pi}$ sabit primi, ikinci_seviye teknik tabanında poliçe için sigorta tazminatını finanse etmektedir. Net prim ilkesini kullanarak, sabit net prim π “karsız prim” ve $\pi - \tilde{\pi}$ “bonus yüklemesi” olarak iki sabit kısma ayrılmaktadır. İkinci_seviye net prim rezervi $\bar{V}(t)$, ikinci_seviye teknik tabandaki $\tilde{\pi}$ net prim ve sigorta tazminatının ileriye doğru değerlendirilmesi olarak

$$\bar{V}(t) = S\tilde{k}(t) - \tilde{\pi}\tilde{a}(t) \quad (5.7)$$

biçiminde verilmektedir. $\bar{V}(0) = V(0) = 0$ ve $\bar{V}(n) = V(n) = \beta(n)S$ şeklinde olmaktadır. $\bar{V}(t)$ 'nin sigorta süresindeki tüm zamanlarda negatif olmadığı varsayılmaktadır. (5.1) ve (5.7) eşitliklerinden ikinci_seviye net prim rezervi için

$$\bar{V}(t) = V(t) + [\pi - \tilde{\pi}]\tilde{a}(t) \quad (5.8)$$

ifadesine ulaşılmaktadır. (5.8) eşitliği, ikinci_seviye teknik tabanını kullanarak sabit net priminin ve tazminatın değerlendirilmesiyle $[\pi - \tilde{\pi}]$ gelecek

bonus yüklemesinin nasıl ikinci_seviye net prim rezervi tarafından sermayeleştirildiğini göstermektedir. $\bar{B}_p(t)$, $V(t)$ ve $\bar{V}(t)$ arasındaki fark

$$\bar{B}_p(t) = V(t) - \bar{V}(t) = \tilde{B}_p(t) - [\pi - \tilde{\pi}]\tilde{a}(t) \quad (5.9)$$

olarak gösterilmektedir. Net prim değerlendirme ilkesi kullanılarak, sabit net prim ve tazminatın birinci_seviye teknik tabanına göre değerlendirilmesiyle, $\tilde{g}(t)$ gelecek bonus yüklemeleri ile sabit primler π ve $\tilde{\pi}$ arasındaki farktan bulunan gelecek yüklemeler arasındaki fark ikinci_seviye teknik tabanına göre sermayeleştirilmektedir. (5.7) eşitliğinin t' ye göre diferansiyeli alındığında

$$\frac{d}{dt}\bar{V}(t) + [\pi - \tilde{\pi}] = \tilde{\delta}(t)\bar{V}(t) + \pi - \tilde{\mu}(t)[\alpha(t)S - \bar{V}(t)] \quad (5.10)$$

Thiele diferansiyel denkleminde ulaşılmaktadır. İkinci seviye net prim rezervini oluşturmak, t zamanındaki her birim zaman için $\pi - \tilde{\pi}$ sabit kar miktarını ortaya çıkarmaktadır. π primi ödendiğinde, her bir $\pi - \tilde{\pi}$ yüklemesi kar olarak görülmektedir. Net prim yöntemi kullanıldığında, gelecek değerlendirme sapmalarından sakınma kriteri, değerlendirme tabanına göre hesaplanan net primin, ödenen primi aşmaması gerekliliği olmaktadır ($\pi \geq \tilde{\pi}$). $\bar{B}_p(n) = 0$ olarak alındığında

$$\frac{d}{dt}\bar{B}_p(t) = [\tilde{\delta}(t) + \tilde{\mu}(t)]\bar{B}_p(t) + [\pi - \tilde{\pi}] - \tilde{g}(t) \quad (5.11)$$

eşitliğine ulaşılmaktadır (Linnemann, 2002). Net prim yöntemi $\pi - \tilde{\pi}$ gelecek yüklemeleri ortaya çıkarmamakta ve sermayeleştirmektedir.

6. SONUÇ

Kar paylı hayat sigortalarında sigorta şirketlerinin amacı, poliçe sahiplerinin yatırımlarını değişen piyasa koşullarını göz önünde bulundurarak risk yönetimi kapsamında kontrol altına almak ve poliçe sahiplerinin yatırımlarının getirisini arttırmaktır. Sigorta şirketleri piyasadaki rekabetlerini kar paylı hayat sigortaları ile gerçekleştirdikleri için, sigortacılar ve akademisyenler bu ürünü geliştirmeye çalışmaktadırlar. Sigorta poliçeleri, uzun süreli sözleşmeler olduğundan faiz oranlarındaki değişimlere ve demografik değişimlere maruz kalmaktadırlar. Bu durumda yükümlülüklerin değerlendirilmesi sigorta şirketlerince önem kazanmaktadır. Makale kapsamında kar paylı hayat sigortaları net prim değerlendirme yöntemi

ile incelenmiştir. Bu değerlendirme yöntemine göre poliçe sahibinin ödeyeceği prim ve sigorta şirketinin sigorta süresi boyunca ayırması gereken matematiksel rezerv Thiele diferensiyel denklemi kullanılarak hesaplanmaktadır. Net prim değerlendirme yönteminin ne düzeyde sermayeleşmeden kaçındığı ve karı ortaya çıkardığı gösterilmektedir.

Makalede değerlendirme yöntemi birinci_seviye ve ikinci_seviye olmak üzere güvenlik kriteri dikkate alınarak gösterilmiştir. Poliçe sahibinin birinci_seviye teknik tabanına göre ödeyeceği sabit prim ikinci_seviye teknik tabanına göre ödeyeceği sabit primden daha yüksek olduğu tespit edilmiştir. Net prim yönteminin gelecek yüklemeleri ortaya çıkarmadığı ve sermayeleştirdiği bulunmuştur. Net prim yönteminde gelecek yüklemeler ortaya çıkmadan sermayeleştirdiği için şirket farkında olmadan istenmeyen fazla sermaye oluşumu ile karşılaşıldığından dolayı Türkiye'de faaliyet gösteren sigorta şirketleri net prim değerlendirme yöntemini dikkatli kullanmalıdır.

Sigorta kapsamında bonuslar garanti edilmemiş sonuç bonuslar olarak dağıtıldığında ve ödenecek tazminatlar net prim değerlendirme yöntemi birinci ve ikinci seviye teknik taban kullanılarak değerlendirildiğinde sigorta şirketi için daha geniş bir yatırım özgürlüğünün mümkün olduğu sonucuna ulaşılmaktadır. Türkiye'de kar paylı hayat sigortalarının piyasada işlem görmesiyle sigorta şirketleri meydana gelen olumsuz finansal ve demografik değişimler karşısında hem yükümlülüklerini karşılayacakları hem de büyümelerini sağlayacak ek bir getiri elde etmeleri sağlanmaktadır.

KAYNAKÇA

- BABEL, D.F., MERRILL C., (1998), "Economic valuation models for insurers", *North American Actuarial Journal*, 2,1-17.
- GATZERT N., SCHMEISER H., (2006), "Implicit options in life insurance: Valuation and Risk Management", *Working Papers on Risk Management and Insurance*, 26,1-20.
- GERBER, H.U., (1997), "Life Insurance Mathematics", *Springer*, 217 .
- HOEM, J.M., (1988), "The Versatility of Markov chain as a tool in the mathematics of life insurance", *Transactions of 23rd International Congress of Actuaries*, 171-202.
- LINEMANN, P., (1993), "On the application of Thiele's differential equation in life insurance", *Insurance:Mathematics and Economics*, 13, 63-74.

- LINNEMANN, P., (2002), "Comparison of net premium and paid_up benefit valuation principles", *Blatter der Deutschen Gesellschaft für Versicherungsmathematik*, 25, 629-647.
- MOLLER, T., STEFFENSEN, M., (2007), "Market-Valuation Methods in Life Insurance and Pension Insurance", *Cambridge University Press*, 279 .
- NORBERG, R., (2002), "Basic Life Insurance Mathematics", *Cambridge University Press*, 552 .
- OLIVIERI, A., (1999), "Safe-side requirements in the framework of multistate models for insurances of the person", *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 15, 393-408.
- RAMLAU-HANSEN, H., (1988), "The emergence of profit in life insurance", *Insurance: Mathematics and Economics*, 7, 225-236.
- RAMLAU-HANSEN, H., (1991), "Distribution of surplus in life insurance", *Astin Bulletin*, 21,57-71.
- RANSON R.H., HEADDON C.P., (1989), "With-Profits without mystery", *Journal of the Institute of Actuaries*, 116, 301-325.
- TERZİOĞLU M.K.,(2009), "Hayat Sigortalarında Değerleme Yaklaşımları", *Hacettepe Üniversitesi Aktüerya Bilimleri Yüksek Lisans Tezi*, 2-70.